

ЛХІ олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР

Таллинн, 4 декабря 2013 года
XII класс

Время, отводимое для решения: 4 часа

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Требуется обнести с трех сторон изгородью участок земли, имеющий форму параллелограмма, острый угол которого равен α . Найдите наименьшую длину изгороди, если площадь огороженного участка должна быть равна 400 м^2 .

2. Числа a , b и c являются последовательными членами геометрической прогрессии.

Найди значение выражения $\frac{\log_b 2 \cdot (\log_{a^2} c - \log_c \sqrt{a})}{\log_a 4 - 2 \log_c 2}$.

3. Докажи, что число $\underbrace{11\dots1}_{2014} \underbrace{155\dots5}_{2013} 6$ является квадратом целого числа.

4. Внутри четырехугольника $ABCD$ выбрана точка O , которая не лежит на диагонали BD четырехугольника, причем выполняются равенства $\angle ODC = \angle CAB$ и $\angle OBC = \angle CAD$. Выполни вспомогательный чертеж и докажи, что $\angle ACB = \angle OCD$.

5. Дано клетчатое поле, размеры которого 10×10 . Какое наибольшее количество клеток можно закрасить так, чтобы нельзя было найти ни одного прямоугольника размером 1×4 , содержащего только закрасенные клетки?